

© 2023 Aufgabenausschuss für die Mathematik-Olympiade in Deutschland
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

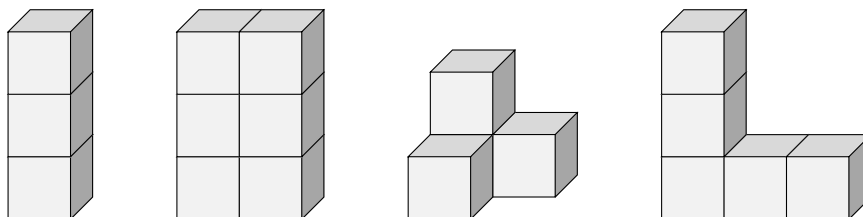
Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.

630611

Meike hat viele gleichgroße Würfel. Alle diese Würfel sind oben und unten blau, links und rechts rot und vorne und hinten gelb. Meike baut daraus Körper auf einer Glasplatte, so dass sie sie auch von unten sehen kann. Dabei dreht sie keinen der verwendeten Würfel.

Die Körper werden von allen Seiten, also von vorn und von hinten, von links und von rechts, von oben und von unten betrachtet.

Zunächst erzeugt Meike die vier abgebildeten Körper (den Stab, das Paket, die Treppe und das L):



- Gib für die vier abgebildeten Körper an, wie viele kleine blaue, rote und gelbe Quadratflächen jeweils von außen sichtbar sind.
- Zeichne einen Körper, bei dem zwei gelbe Quadratflächen mehr als blaue und zwei blaue Quadratflächen mehr als rote von außen sichtbar sind.
- Ermittle die kleinste Anzahl von Würfeln, die man braucht, um einen Körper gemäß b) zu bauen.
- Lässt sich auch ein Körper bauen, bei dem nur eine blaue Quadratfläche mehr als rote Quadratflächen von außen zu sehen ist?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

630612

Tina hat eine Spielzeug-Uhr, die nur einen Stundenzeiger besitzt. Sie dreht ihn jeweils nur um die gleiche Stundenanzahl weiter, das nennen wir Drehweite. Mit der Drehweite 5 kommt Tina zum Beispiel von 12 Uhr auf 5 Uhr, dann von 5 Uhr auf 10 Uhr usw.

Zunächst startet der Zeiger genau auf 12 Uhr. Tina fragt sich, bei welchen Drehweiten der Zeiger nach weniger als zwölf Drehungen wieder auf 12 Uhr stehen wird.

- a) Untersuche, bei welchen der Drehweiten von 1 bis 6 dies der Fall ist.
- b) Finde eine Drehweite im Bereich von 7 bis 11, für die das auch der Fall ist.

Nun startet Tina bei 1 Uhr.

- c) Für welche Drehweiten von 1 bis 7 bleibt der Zeiger irgendwann bei 12 Uhr stehen?

630613

Die Kinder Anna, Bea, Carolin und Dana stellen sich in alphabetischer Reihenfolge ihrer Vornamen auf.

Dann sollen sie untereinander so Plätze tauschen, dass sie nach ihrer Körpergröße sortiert stehen, beginnend mit dem kleinsten Kind. Es zeigt sich, dass dafür nur zwei Kinder ihre Plätze tauschen müssen.

Als nächstes sollen die Kinder ihre Plätze tauschen, so dass sie nach ihrem Alter sortiert stehen, beginnend mit dem jüngsten Kind. Wieder müssen nur genau zwei Kinder ihren Platz tauschen, damit die Reihenfolge stimmt. Carolin ist übrigens das älteste Kind.

Nach den beiden Umsortierungen ist nur Bea am selben Platz wie zu Beginn.

- a) Sortiere die Kinder nach ihrem Alter und zeige, dass nur diese Reihenfolge möglich ist.
- b) Zeige, dass aus den Angaben **nicht** eindeutig ermittelt werden kann, welches Kind das größte ist.

630614

Franz und Xaver haben sich ein Zahlenspiel ausgedacht, das nach den folgenden Regeln funktioniert:

Arbeite die Schritte 1 bis 4 nacheinander ab. Wenn ein Schritt nicht ausführbar ist, gehe zum nächsten Schritt.

- (1) Wähle dir eine natürliche Zahl.
- (2) Wenn die Zahl gerade ist, tue Folgendes:
 - Teile sie durch zwei.
 - Wenn du bei 1 angekommen bist, höre auf, sonst:
 - Gehe mit dem Ergebnis wieder zu Schritt 2.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

- (3) Wenn die Zahl durch 3 teilbar ist, tue Folgendes:
Teile sie durch 3.
Wenn du bei 1 angekommen bist, höre auf, sonst:
Gehe mit dem Ergebnis wieder zu Schritt 2.
- (4) Addiere zu deiner Zahl 5 dazu.
Gehe mit der neuen Zahl wieder zu Schritt 2.

Franz und Xaver spielen dieses Spiel mit etlichen Anfangszahlen.

„Komisch“, sagt Xaver, „ich glaube, die Reihen enden immer bei der 1.“

„Da bin ich mir nicht sicher“, antwortet Franz.

- a) Führe dieses Spiel mit den Anfangszahlen von 9 bis 20 durch.
- b) Offensichtlich kommst du bei manchen Startzahlen nie zur 1.
Äußere eine Vermutung, welche Eigenschaft diese Zahlen haben.